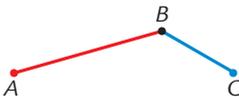


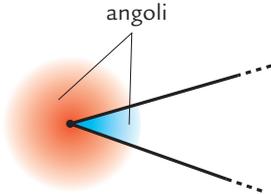
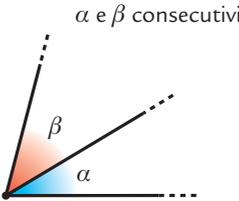
Il metodo assiomatico-deduttivo

DOMANDE	RISPOSTE
Che cos'è un assioma ?	Una proposizione che si pone alla base di una teoria matematica senza darne una giustificazione. Sono le «regole del gioco».
Che cos'è un concetto primitivo ?	Un concetto che viene assunto senza darne una definizione, supponendone una conoscenza intuitiva.
Che cos'è un teorema ?	Una proposizione che si deduce dagli assiomi (e dai teoremi precedentemente dimostrati).
Che cosa significa affrontare lo studio della geometria secondo il metodo assiomatico-deduttivo ?	Significa scegliere alcuni concetti primitivi e alcuni assiomi e dedurre tutte le altre proprietà delle figure geometriche a partire da essi.
Quali concetti abbiamo assunto come primitivi ?	I concetti di punto, retta e piano.
Quali enti geometrici sono stati definiti tramite quelli primitivi?	I segmenti; le semirette e i semipiani; gli angoli. Rivedi le definizioni!
Quali sono gli assiomi che abbiamo assunto come fondamento della geometria euclidea?	Gli assiomi che abbiamo assunto possono essere suddivisi in tre gruppi. 1. Assiomi di appartenenza della retta e del piano 2. Assiomi d'ordine 3. Assiomi di partizione del piano Sai enunciare almeno un assioma per ciascun gruppo?

I segmenti

TERMINE	DEFINIZIONE	DISEGNO
Segmento di estremi A e B	La figura formata da tutti i punti della retta (orientata) AB compresi tra A e B, inclusi A e B.	
Segmenti consecutivi	Due segmenti che hanno in comune soltanto un estremo.	
Segmenti adiacenti	Due segmenti consecutivi che appartengono alla stessa retta.	

Gli angoli

TERMINE	DEFINIZIONE	DISEGNO
Angolo	Ciascuna delle due parti in cui il piano resta diviso da due semirette aventi la stessa origine, incluse le semirette stesse.	
Angoli consecutivi	Due angoli che hanno lo stesso vertice e hanno in comune soltanto i punti di un lato.	





TERMINE	DEFINIZIONE	DISEGNO
Angoli adiacenti	Due angoli consecutivi tali che i lati non comuni appartengono alla stessa retta.	α e β adiacenti
Angolo nullo	L'angolo formato da due semirette coincidenti che non contiene altri punti oltre alle semirette.	angolo nullo
Angolo piatto	Ciascuno dei due angoli formati da due semirette opposte.	angolo piatto
Angolo giro	L'angolo formato da due semirette coincidenti, che coincide con l'intero piano.	angolo giro
Angoli opposti al vertice	Due angoli (convessi) tali che i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro.	α e β opposti al vertice

Attenzione!

Se una figura **F** è tale che, comunque scelti due punti *P* e *Q* appartenenti a **F**, il segmento *PQ* è interamente contenuto in **F**, la figura si dice **convessa**; altrimenti si dice **concava**.

I poligoni

DOMANDE	RISPOSTE	ESEMPI
Che cos'è un poligono ?	Si chiama poligono la figura formata da una poligonale chiusa e non intrecciata e dai punti interni a essa.	
Che cos'è una diagonale di un poligono? E una corda ?	Una diagonale di un poligono è un segmento che congiunge due suoi vertici non consecutivi. Una corda è un segmento che congiunge due punti del contorno del poligono appartenenti a lati distinti.	
Che cos'è un angolo interno a un poligono? E un angolo esterno ?	Un angolo interno a un poligono è un angolo individuato da due lati consecutivi del poligono e dal vertice in comune. Ciascuno dei due angoli adiacenti a un angolo interno si dice angolo esterno al poligono.	

Completa e poni le crocette sulle affermazioni corrette

1 In matematica, i termini di cui non si dà una definizione si riferiscono a concetti che vengono detti
Per esempio, nello studio della geometria, abbiamo assunto come concetti quelli di

2 Le proposizioni che si assumono all'inizio di una teoria matematica senza darne una dimostrazione si chiamano Le proposizioni che vengono dimostrate si chiamano

3 La geometria che studiamo si chiama *euclidea* perché

4 a. La retta è costituita da punti.
b. Per due punti distinti di un piano quante rette passano?

Questa affermazione:

- si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
 è stata assunta come assioma

c. Data una retta r appartenente a un piano π , esiste certamente un appartenente a π che non appartiene a

Questa affermazione:

- si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
 è stata assunta come assioma

5 Una relazione si dice d'ordine quando è e Quante relazioni d'ordine totale è possibile definire sulla retta?

- una due tre infinite

Questa affermazione:

- si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
 è stata assunta come assioma

6 Se due rette distinte hanno un punto in comune si dicono Due rette che non hanno punti d'intersezione si dicono

7 Due rette distinte possono avere in comune al massimo punto.

Questa affermazione:

- si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
 è stata assunta come assioma

8 Un punto O appartenente a una determinata retta la divide in due parti; ciascuna di queste due parti, incluso il punto O , è chiamata della

9 Quante semirette restano individuate su una retta da due punti?

- nessuna due quattro più di quattro

10 Si chiama *semipiano* ciascuno dei due sottoinsiemi in cui un piano resta diviso da una, inclusa la retta stessa. La retta si chiama del semipiano.

11 Se P è un punto interno a uno dei due semipiani aventi come origine la retta r e Q è interno al semipiano opposto, allora il segmento PQ interseca certamente

Questa affermazione:

- si può dimostrare a partire dagli assiomi, quindi è un teorema
 è stata assunta come assioma

12 Si chiama *figura geometrica* ogni sottoinsieme di del piano.

13 Un angolo piatto è concavo o convesso? E un angolo giro?

B Verifica delle conoscenze

- 14** a. Un poligono di cinque lati si chiama
- b. Un ettagono è un poligono avente lati.
- c. Un poligono avente sei lati si chiama
- d. Un decagono è un poligono avente lati.

Vero o falso?

- 15** per tre punti distinti non passa mai una retta V F
- 16** due semirette aventi la stessa origine si dicono opposte V F
- 17** l'intersezione di due semipiani non è mai vuota V F
- 18** se il segmento PQ ha esattamente un punto in comune con la retta r , diverso da P e da Q , allora P e Q non possono appartenere allo stesso semipiano avente come origine r V F
- 19** se due segmenti hanno uno e un solo punto in comune, allora sono certamente consecutivi V F
- 20** se due angoli hanno in comune soltanto il vertice, allora sono certamente consecutivi V F
- 21** esistono angoli consecutivi ma non adiacenti V F
- 22** esistono angoli adiacenti ma non consecutivi V F
- 23** in un pentagono si possono tracciare esattamente cinque diagonali distinte V F
- 24** in un esagono si possono tracciare esattamente sei diagonali distinte V F
- 25** ogni segmento è convesso V F
- 26** ogni angolo è convesso V F

C Esercizi guidati

- 1** Considera la sequenza:

10, 30, 70, 150,,

e cerca di individuare i due termini successivi. Hai utilizzato un ragionamento di tipo induttivo o deduttivo?

Spiega che cosa significa affrontare la geometria secondo un metodo ipotetico deduttivo:

- 2** Considera le seguenti condizioni che regolano alcune operazioni bancarie.

- a. Un bonifico bancario è un'operazione tramite cui si trasferiscono dei soldi da un conto corrente a un altro.
- b. Un bonifico effettuato dal proprio conto a una banca italiana viene effettuato con una commissione di 1 euro.
- c. Per un bonifico effettuato dal proprio conto a una banca estera, la banca trattiene una commissione di 3 euro.
- d. Le commissioni trattenute vengono scalate dal conto corrente.

Ora rispondi alle seguenti domande.

- e. Fra le precedenti proposizioni, ce ne sono alcune che potrebbero essere assunte come definizioni? Se sì, che cosa definiscono?.....
- f. Fra le precedenti proposizioni, ce ne sono alcune che potrebbero essere assunte come assiomi? Se sì, quali?
- g. Dalle proposizioni c. e d., assunte come assiomi, si può dedurre un teorema. Qual è questo teorema?

3 Spiega perché i segmenti AB e CD in ciascuna delle seguenti figure **non** sono consecutivi.

.....

4 Al di sotto di ogni figura, spiega perché i segmenti AB e CD **non** sono adiacenti.

.....

5 Le affermazioni nella seguente tabella non sono corrette. Per ciascuna di esse, trova un «controesempio», cioè disegna una figura che evidenzi l'inesattezza dell'affermazione, e poi correggila.

Affermazione inesatta	Figura «controesempio»	Correzione dell'affermazione
Due angoli che hanno il vertice in comune sono opposti al vertice.	
Due angoli che hanno un lato in comune sono consecutivi.	
Due angoli che hanno il vertice in comune sono consecutivi.	





Affermazione inesatta	Figura «controesempio»	Correzione dell'affermazione
Due angoli aventi due lati che sono uno il prolungamento dell'altro, sono adiacenti.	

6 Completa la seguente tabella.

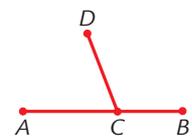
Figura				
È un poligono?	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No, perché			

1 Vero o falso?

In riferimento alla figura qui a fianco:

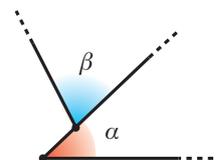
- a. AC e CB sono consecutivi
- b. AC e CB sono adiacenti
- c. AC e CD sono consecutivi
- d. CB e CD sono adiacenti
- e. AB e CD sono consecutivi

- V F
- V F
- V F
- V F
- V F



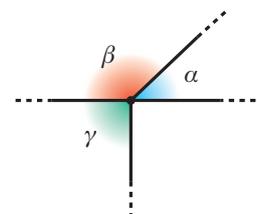
[3 affermazioni vere e 2 false]

2 In riferimento agli angoli α e β della figura qui a fianco, stabilisci se α e β sono consecutivi, adiacenti o opposti al vertice.



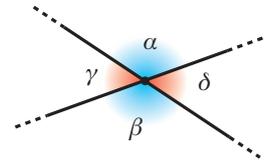
3 In riferimento agli angoli α , β e γ della figura qui a fianco, rispondi alle seguenti domande:

- a. α e β sono adiacenti ?
- b. α e β sono consecutivi?
- c. β e γ sono consecutivi ?
- d. β e γ sono adiacenti?
- e. α e γ sono opposti al vertice?



4 In riferimento agli angoli $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ della figura qui a fianco, rispondi alle seguenti domande:

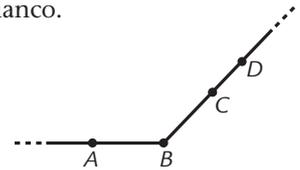
- a. α e β sono consecutivi?
- b. α e γ sono adiacenti?
- c. γ e δ sono opposti al vertice?
- d. β e δ sono consecutivi?



5 Completa la seguente tabella disegnando, se possibile, angoli che soddisfino le proprietà indicate.

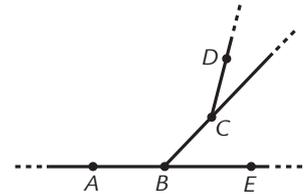
Due angoli consecutivi, uno concavo e l'altro convesso	Due angoli adiacenti, entrambi convessi	Due angoli adiacenti, entrambi concavi

6 Elenca tutti i segmenti e tutte le semirette che si possono individuare nella figura qui a fianco.



7 Nella figura qui a fianco individua:

- a. tutti gli angoli;
- b. tutte le coppie di angoli adiacenti;
- c. tutte le coppie di angoli consecutivi.

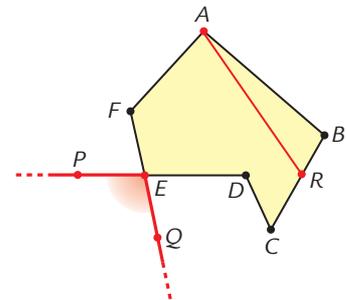


8 Vero o falso?

In riferimento alla figura qui a fianco:

- a. $ABCDEF$ è un poligono
- b. $ABCDEF$ è un poligono ma non è convesso
- c. AR è una diagonale
- d. \widehat{PEQ} è un angolo esterno
- e. c'è un solo angolo esterno al poligono di vertice E

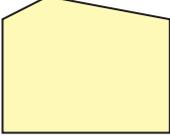
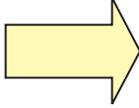
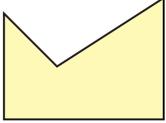
- V F
- V F
- V F
- V F
- V F



9 Disegna un poligono convesso $ABCDEFGH$ avente otto lati; poi:

- a. traccia due diagonali che hanno un punto in comune e una corda che interseca entrambe le diagonali;
- b. rappresenta l'angolo interno di vertice B e i due angoli esterni di vertice E .

10 Stabilisci se le seguenti figure sono convesse o concave.

			
<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava	<input type="checkbox"/> convessa <input type="checkbox"/> concava

11 Quante diagonali distinte si possono tracciare in un esagono? E in un ettagono?

12 Disegna una figura che corrisponda alla seguente descrizione: dati due angoli convessi e consecutivi \widehat{aOb} e \widehat{bOc} , traccia una retta r che interseca i lati a , b e c dei due angoli rispettivamente nei tre punti A , B e C .

13 Disegna una figura che corrisponda alla seguente descrizione: dati due segmenti adiacenti AB e BC , traccia, in semipiani opposti aventi come origine la retta AC , due semirette r e s , aventi origine rispettivamente in A e C . Traccia quindi una retta passante per B che intersechi le due semirette r e s rispettivamente in P e Q .