

①
Soluzione del problema "I punti materiali"

a) sono verificate sicuramente le ipotesi del Teorema di Cauchy. Pertanto esiste un punto $t_0 \in]t_1, t_2[$ tale che:

$$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{g(t_2) - g(t_1)} = \frac{f'(t_0)}{g'(t_0)}$$

Ossia:

$$\frac{\frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1}}{\frac{g(t_2) - g(t_1)}{t_2 - t_1}} = \frac{f'(t_0)}{g'(t_0)}$$

$$\text{Ossia } \frac{\frac{s_A(t_2) - s_A(t_1)}{t_2 - t_1}}{\frac{s_C(t_2) - s_C(t_1)}{t_2 - t_1}} = \frac{v_A(t_0)}{v_C(t_0)} \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_C} = \frac{v_A(t_0)}{v_C(t_0)}$$

b) Essendo $s_A = 2t - \frac{1}{2}t^2$ ed $s_C = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{8}t^3$ nell'intervallo

lo $[0, 2]$ abbiamo $\bar{v}_A = \frac{1 \text{ m}}{\text{s}}$ $\bar{v}_C = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_C} = 2$

Poiché: $f(t) = v_A(t) = 2 - t$ e $g(t) = v_C(t) = t - \frac{3}{8}t^2$

l'equazione $\frac{v_A(t)}{v_C(t)} = \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_C}$ si scrive: $\frac{2-t}{t - \frac{3}{8}t^2} = 2$

e cioè; dato che $t - \frac{3}{8}t^2 = 0$ ha come soluzioni $t_1 = 0$

e $t_2 = \frac{8}{3}$, abbiamo: $2 - t = 2t - \frac{3}{4}t^2$ $t \neq 0 \wedge t \neq \frac{8}{3}$

$8 - 4t = 8t - 3t^2 \Rightarrow 3t^2 - 12t + 8 = 0$ da cui:

$t = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{3}$ e perciò: $t_1 = \frac{6 - \sqrt{12}}{3} \approx 0,855$ acc.

mentre $t = \frac{6 + \sqrt{12}}{3} \approx 3,155$ non è accettabile poiché $\notin]0, 2[$.