SOLUZIONE DEL PROBLEMA 6

1 Osserviamo che i grafici riportati nella figura rappresentano le derivate, calcolate rispetto alla variabile tempo, delle funzioni che, nei due casi, forniscono la concentrazione del farmaco nel sangue. Nel caso in cui il farmaco sia assunto per via endovenosa, si è detto che la concentrazione parte da un valore iniziale non nullo, per poi decrescere continuamente nel tempo. Ciò significa che la derivata della concentrazione deve essere una funzione che assume solo valori negativi, per cui il suo grafico può solamente essere quello rappresentato in nero. Nel caso in cui invece il farmaco venga assunto per via orale, si è detto che la concentrazione parte dal valore 0 iniziale, aumenta fino a un massimo e in seguito decresce. Ciò significa che la sua derivata inizialmente è positiva, assume poi il valore 0 in corrispondenza del massimo di concentrazione, per poi diventare negativa. Il grafico riportato in grigio in effetti ben rappresenta questa situazione.

2 Dal grafico disegnato in grigio possiamo osservare che $f(0) = 64$, per cui possiamo dedurre quanto segue:

$$f(0) = 64 \Rightarrow A(5-1) = 64 \Rightarrow A = 16$$

Dunque la funzione ha espressione $f(t) = 16\left(5e^{-2t} - e^{-\frac{2}{5}t}\right)$.

Per quanto riguarda la funzione disegnata in nero, dal grafico deduciamo le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} g(0) = -20 \\ g'(0) = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -20 \\ kB = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -20 \\ k = -\dfrac{2}{5} \end{cases}$$

La funzione ha quindi espressione $g(t) = -20e^{-\frac{2}{5}t}$.

3 Per quanto riguarda la funzione $C_o(t)$ è necessario integrare la funzione $f(t)$, con la condizione $C_o(0) = 0$. Si ha dunque:

$$C_o(t) = \int 16\left(5e^{-2t} - e^{-\frac{2}{5}t}\right)dt = 16\left(-\frac{5}{2}e^{-2t} + \frac{5}{2}e^{-\frac{2}{5}t}\right) + C = 40\left(e^{-\frac{2}{5}t} - e^{-2t}\right) + C$$

$$C_o(0) = 0 \Rightarrow 40(1-1) + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

Dunque la funzione che descrive l'andamento temporale della concentrazione del farmaco, se assunto per via orale è:

$$C_o(t) = 40\left(e^{-\frac{2}{5}t} - e^{-2t}\right)$$

Per quanto riguarda invece la funzione $C_e(t)$ è necessario integrare la funzione $g(t)$, con la condizione $C_e(0) = 50$.

Si ha dunque:

$$C_e(t) = \int \left(-20e^{-\frac{2}{5}t}\right)dt = -20\left(-\frac{5}{2}e^{-\frac{2}{5}t}\right) + C' = 50e^{-\frac{2}{5}t} + C'$$

$$C_e(0) = 50 \Rightarrow 50 + C' = 50 \Rightarrow C' = 0$$

Dunque la funzione che descrive l'andamento temporale della concentrazione del farmaco, se assunto per via endovenosa è:

$$C_e(t) = 50e^{-\frac{2}{5}t}$$

Studiamo la funzione $y = C_o(t) = 40\left(e^{-\frac{2}{5}t} - e^{-2t}\right)$, prescindendo dalle limitazioni del problema ($t \geq 0$).